

МГТУ им. Н. Э. Баумана, ИСП РАН

**Свободное программное
обеспечение
для моделирования жидкости
со свободной поверхностью**

Давыдова Е. В., Корчагова В. Н.

04. 12. 2015

Области применения



Специфика задач со свободной поверхностью

- Переменная область течения
- Необходимость обеспечения консервативности и устойчивости численной схемы
- Необходимость обеспечения низкой диссипативности и монотонности схемы в области межфазной границы
- Разрешение мелкомасштабных эффектов
- Требования экономичности модели и масштабируемости численного алгоритма

Определяющие соотношения для несжимаемой среды

- Уравнение неразрывности:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0;$$

- Уравнения Навье — Стокса:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} \right) = -\nabla p + \rho \vec{g} + \nabla \cdot \hat{\tau},$$

где $\hat{\tau} = \mu(\nabla \vec{U} + \nabla \vec{U}^T)$.

- Условия на свободной поверхности:

– баланс нормальных напряжений:

$$[-p\mathbf{I} + \hat{\tau}] \cdot \vec{n} = \sigma \kappa \vec{n};$$

– касательные напряжения отсутствуют.

Методы и программные комплексы

Volume of Fluid (VOF)

- OpenFOAM
<http://www.openfoam.org/>
- Gerris
<http://gfs.sourceforge.net/wiki/>

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

- DualSPHysics
<http://www.dual.sphysics.org/>
- pySPH
<https://pysph.readthedocs.org/>

Particle Finite Element Method (PFEM)

- Kratos
<http://www.cimne.com/kratos/>

Volume of Fluid

- Статичная либо динамически сгущаемая сетка.
- Для определения положения межфазной границы используется уравнение переноса объемной доли жидкости:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{U} \gamma) + \nabla \cdot (\vec{U}_r \gamma (1 - \gamma)) = 0,$$

где $\gamma = 0$ в ячейках, полностью занятых газом;

$\gamma = 1$ в ячейках, полностью занятых жидкостью;

$0 < \gamma < 1$ в ячейках, находящихся на межфазной границе.

Аппроксимация определяющих соотношений проводится методом контрольного объема.

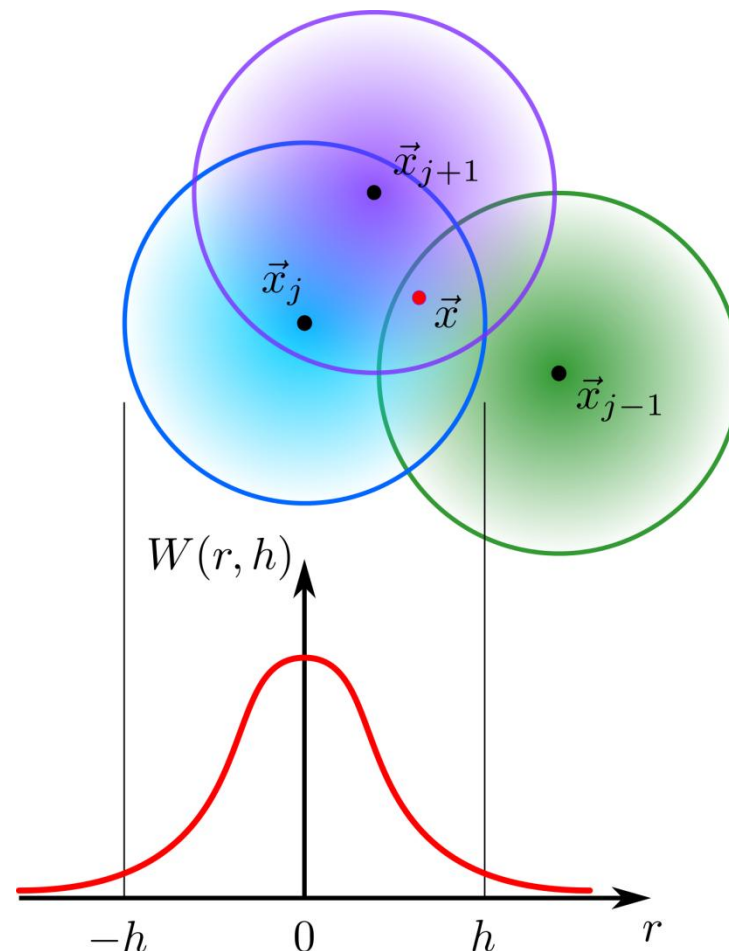
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0.8	0.9	0.5	0	0	0
1	1	1	0.2	0	0
1	1	1	0.2	0	0

Smoothed Particle Hydrodynamics

- Метод бессеточный, жидкость аппроксимируется частицами.
- Расчет физической величины A в точке $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$:

$$A(\vec{x}) = \sum_j m_j \frac{A_j}{\rho_j} W(|\vec{x} - \vec{x}_j|, h),$$

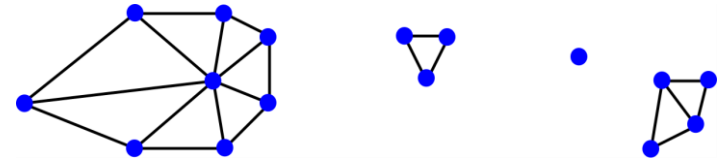
- где m_j — масса частицы с координатами \vec{x}_j ;
 ρ_j — ее плотность;
 $W(r, h)$ — функция ядра (влияния);
 h — длина сглаживания.
- Частицы перемещаются вместе с жидкостью.



Particle Finite Element Method

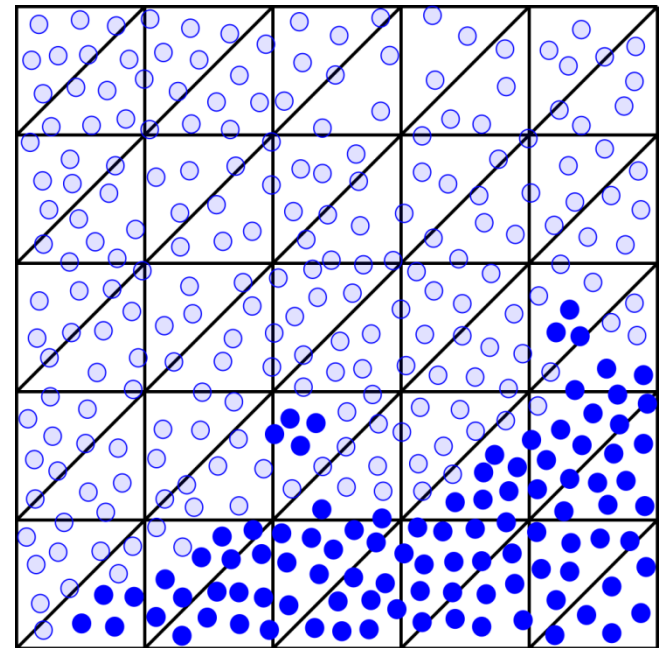
PFEM (2001 г.):

- Жидкость аппроксимируется частицами. Газовая фаза не учитывается.
- Частицы – узлы сетки.
- Сетка перестраивается на каждом шаге.
- Сетка может разделяться на не связанные между собой подобласти.

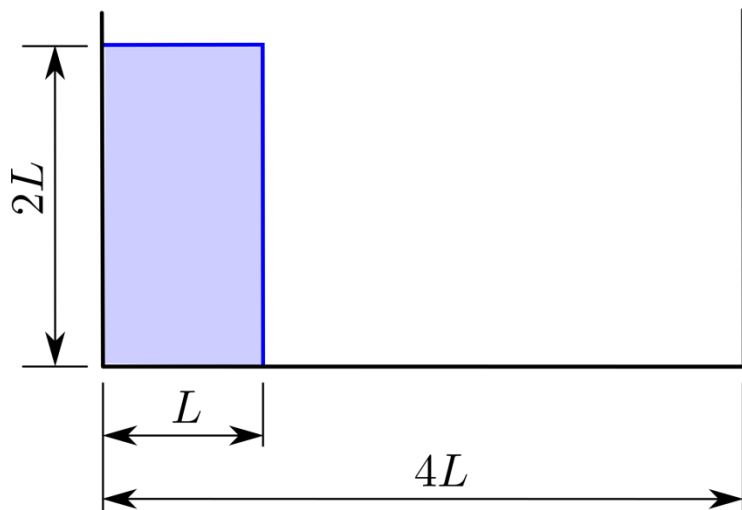


PFEM-2 (2012 г.):

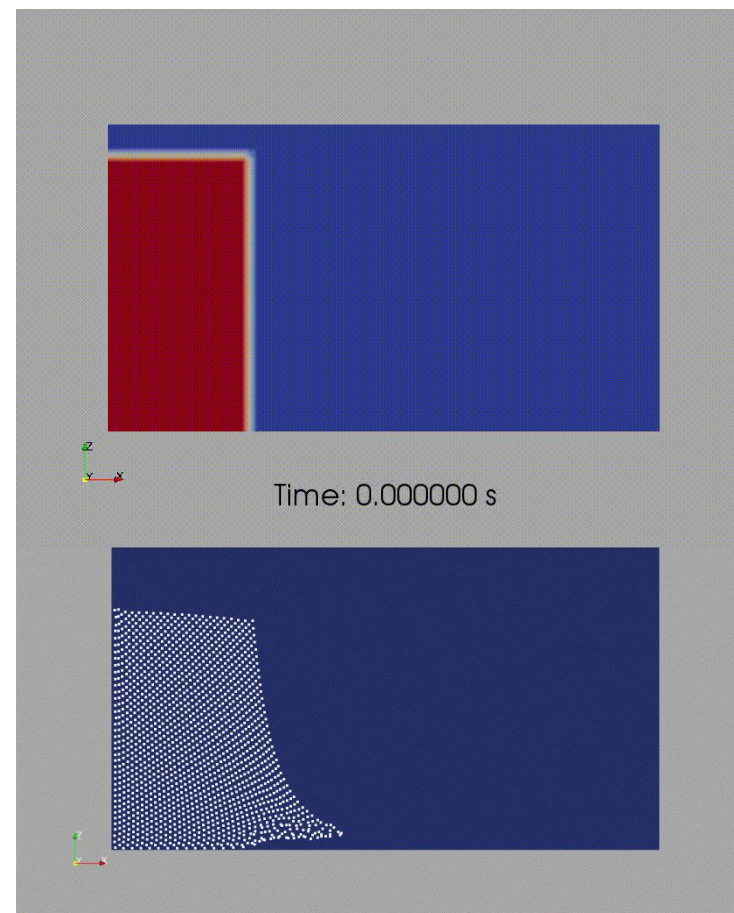
- Грубая статичная конечно-элементная сетка.
- Обе фазы аппроксимируются частицами.
- Вклад конвективного слагаемого учитывается через движение частиц со средой (CFL ~ 0.1).
- Остальные характеристики считаются на сетке (CFL $\sim 1...10$).
- Частицы перемещаются по ячейкам сетки.
- Используются специальные процедуры проецирования решения с частиц на сетку и наоборот.



DamBreak*



$L = 14.6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	Сетка: 74×41 ячеек
$\rho = 999 \text{ кг/м}^3$	$T = 1 \text{ с}$
$\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$	$\Delta T = 0.01 \text{ с}$
$\sigma = 0.0727 \text{ Н} \cdot \text{м}$	CFL = 0.2



*Koshizuka S., Oka Y. Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid // Nuclear Science and Engineering, 1996. Vol. 123. PP. 421-434.

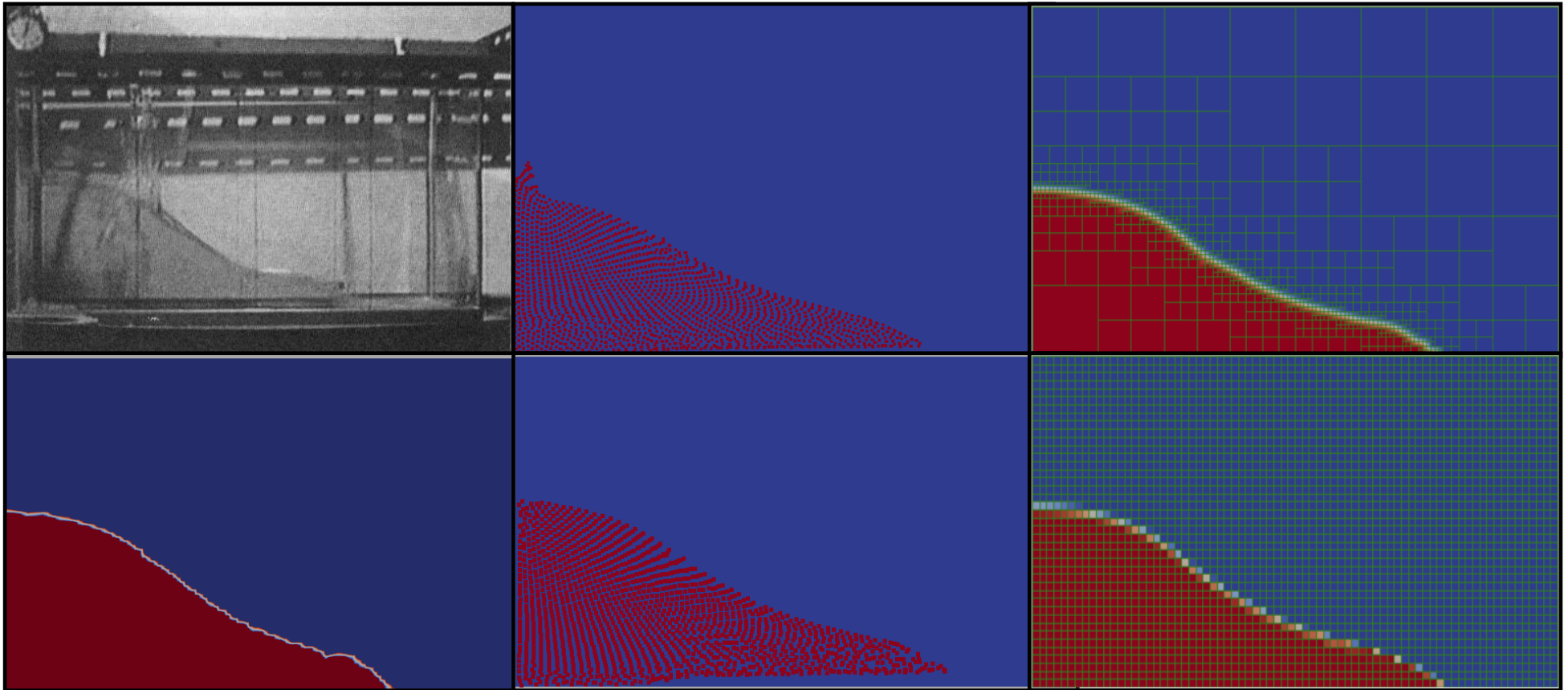
DamBreak

$t = 0.2 c$

experiment

DualSPHysics

Gerris



Kratos

pySPH

OpenFOAM

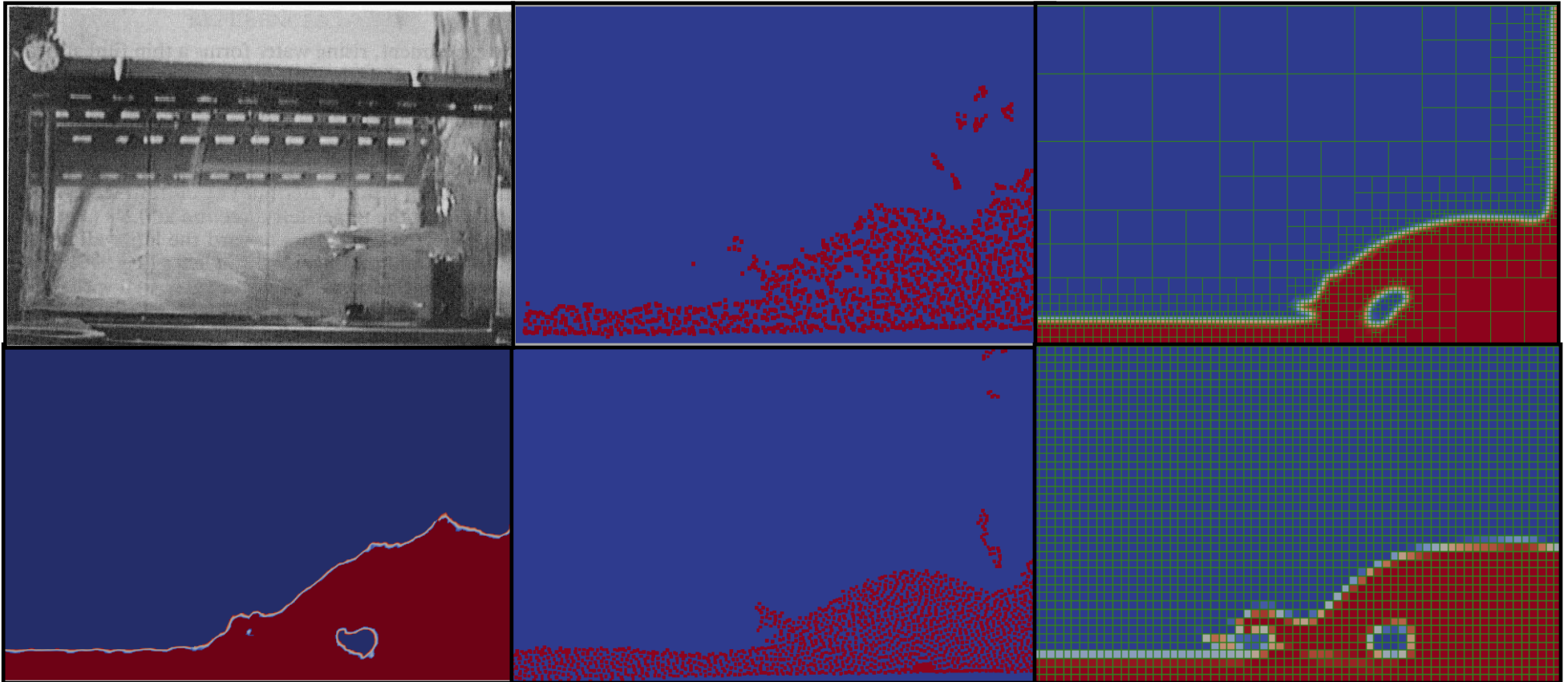
DamBreak

$t = 0.8 c$

experiment

DualSPHysics

Gerris

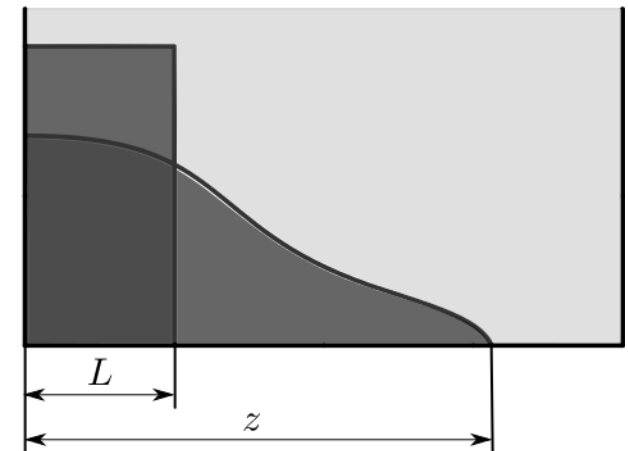
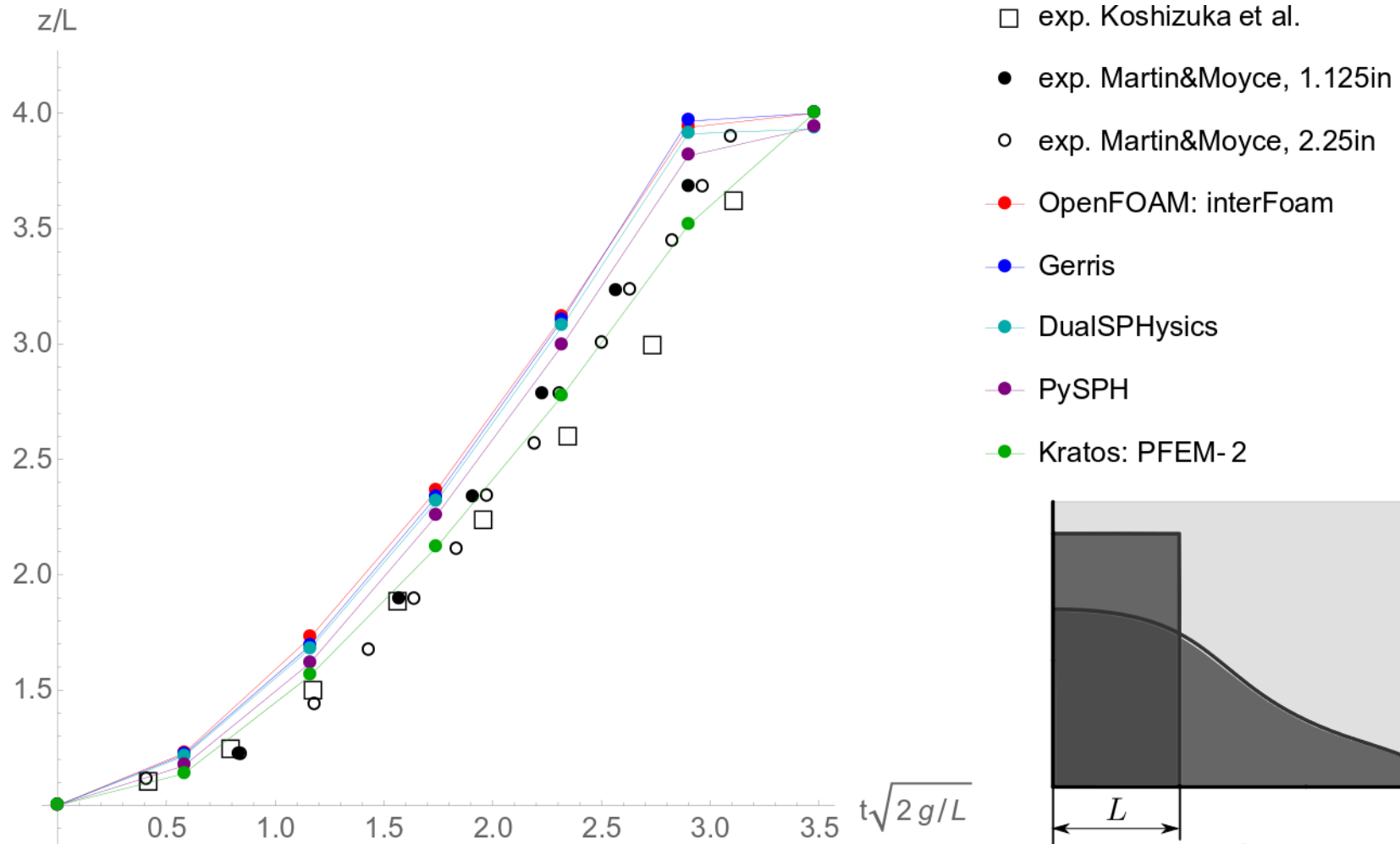


Kratos

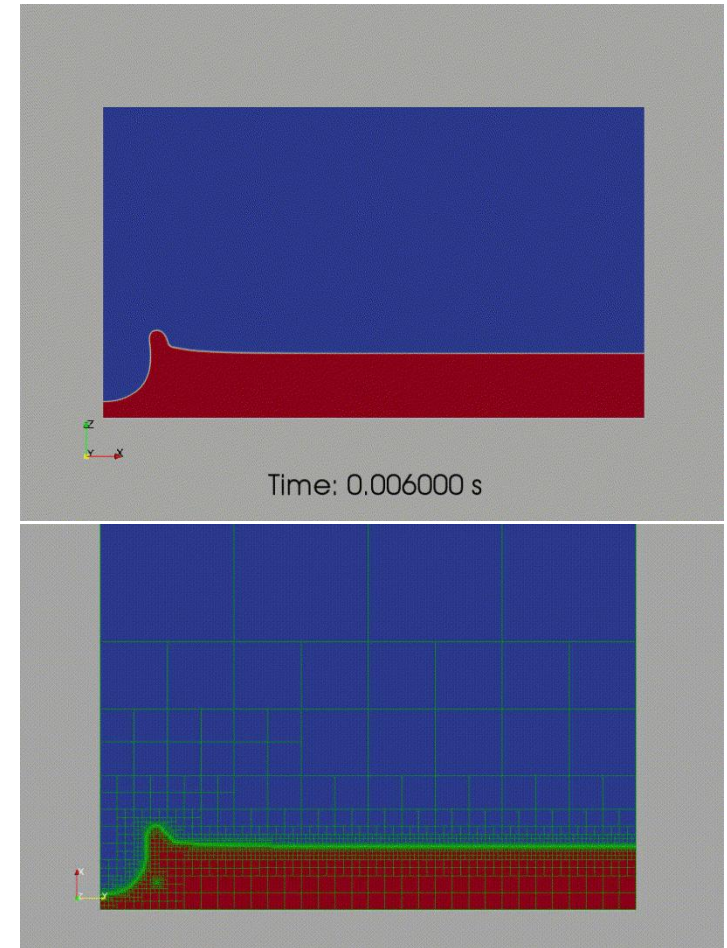
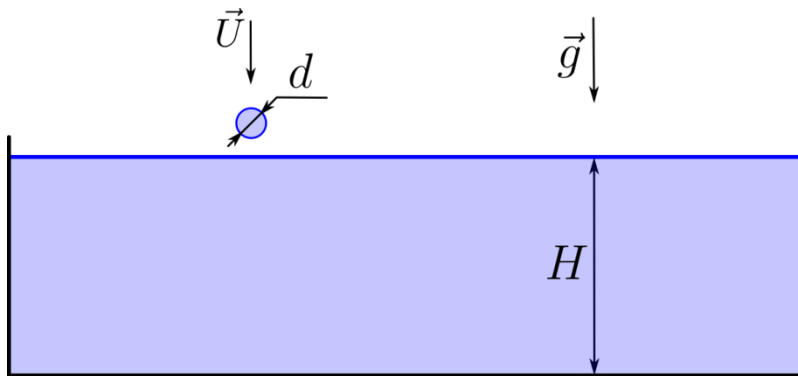
pySPH

OpenFOAM

DamBreak



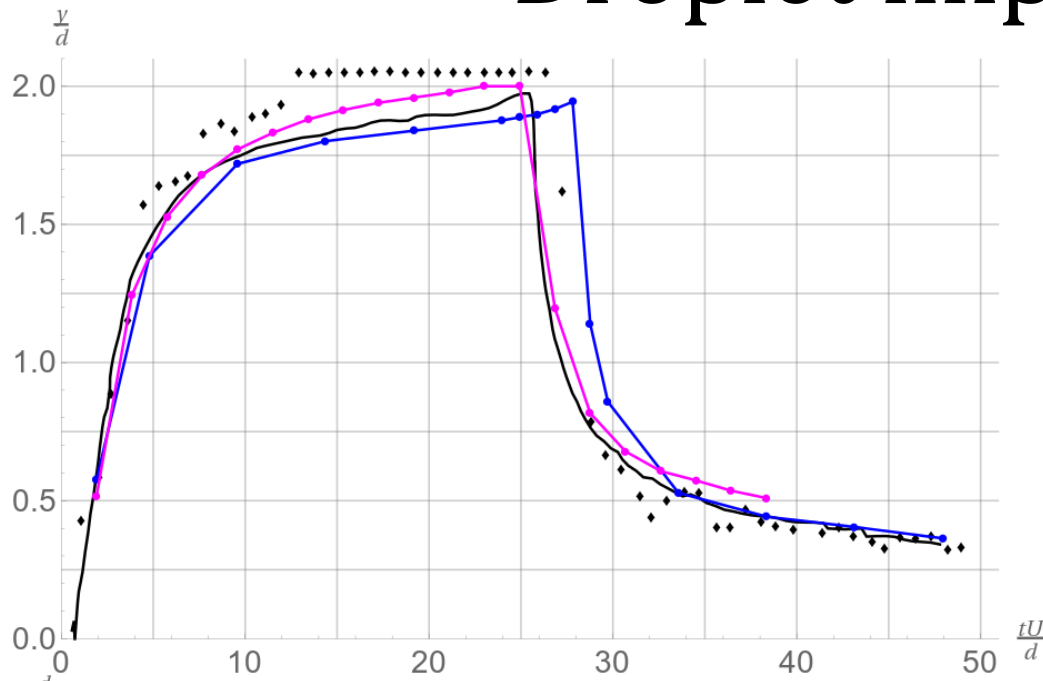
Droplet impact*



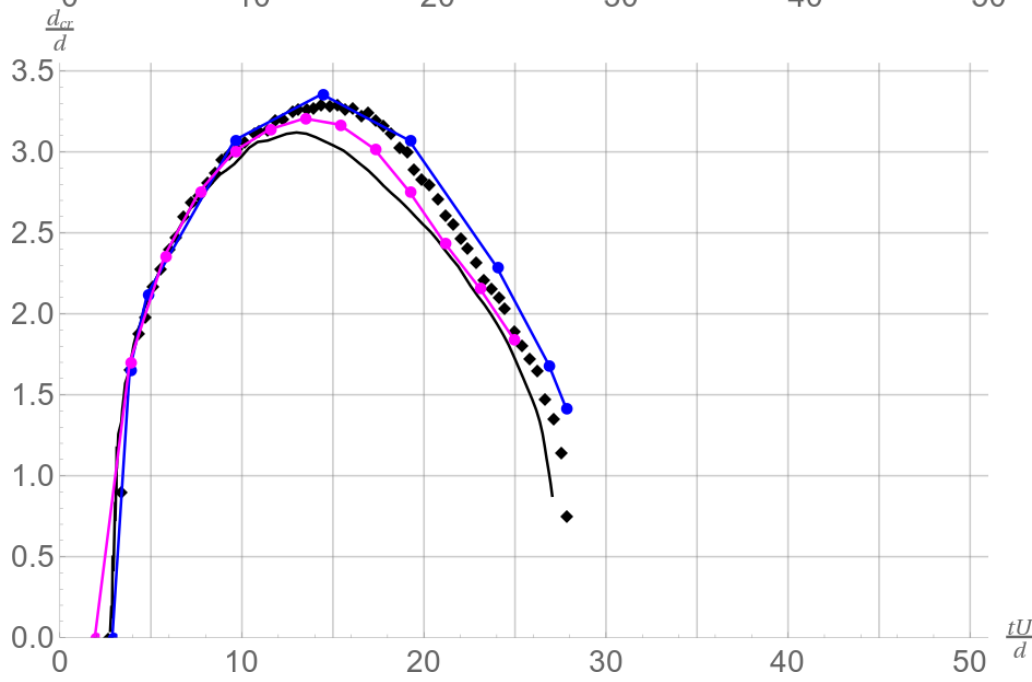
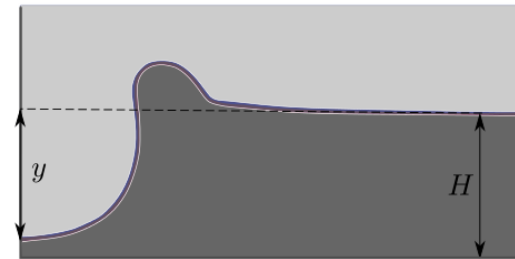
$d = 2.67 \cdot 10^{-3} \text{ м}$	Расч. область: $45 \times 45 \text{ мм}$ Сетка: 500×500 ячеек
$\rho = 1179 \text{ кг/м}^3$ $\mu = 18.57 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ $\sigma = 0.0668 \text{ Н} \cdot \text{м}$	$T = 0.05 \text{ с}$ $\Delta T = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$
	CFL = 0.2

*Berberović E., van Hinsberg N. P., Jakirlić S., Roisman I. V., Tropea C. Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution // Physical Review, 2009. Vol. 79. PP. 1–15.

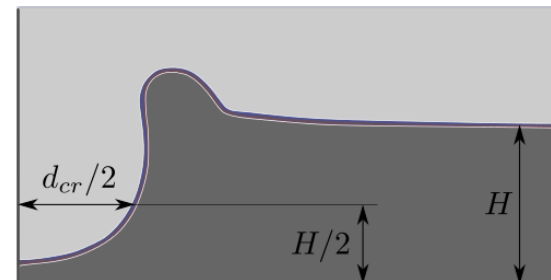
Droplet impact



- Berberović et al., 2009, computations
- ◆ Berberović et al., 2009, experiment
- OpenFOAM, 60 cells per diameter
- Gerris, 60 cells per diameter



- Berberović et al., 2009, computations
- ◆ Berberović et al., 2009, experiment
- OpenFOAM, 60 cells per diameter
- Gerris, 60 cells per diameter



Характерные оценки времени счета (в расчете на одно ядро)

DamBreak

~3000 ячеек

- OpenFOAM — 1 мин
- Gerris — 4 мин
- DualSPHysics — 3 мин
- pySPH — 9 мин
- Kratos — 3 мин

Droplet impact

~250 000 ячеек

- OpenFOAM — 12 ч
- Gerris — 0.5 ч

Выводы

- OpenFOAM: универсальный — реализованы математические модели многих физических эффектов; хорошо масштабируется.
- Gerris: узкоспециализированный пакет; работает существенно быстрее, чем OpenFOAM, на больших задачах.
- DualSPHysics: инженерный пакет для исследования прибрежной инфраструктуры; не реализован учет поверхностного натяжения, отсутствует возможность решения осесимметричных задач; возможность использования CUDA.
- pySPH: широкий класс решаемых задач; простота использования; имеются несколько моделей поверхностного натяжения; низкая производительность.
- Kratos (PFEM-2): ограниченный класс задач; возможность решения сопряженных задач; наличие «монолитных» решателей; отсутствует возможность решения осесимметричных задач, нет учета поверхностного натяжения; высокая производительность.